

Un focus sulle competenze matematiche

**Analisi di alcune competenze testate nelle prove
2014/2015, 2015/2016, 2016/2017**

**Brescia, Rapporto provinciale INVALSI
19 febbraio 2019**

Laura Montagnoli, Università Cattolica del Sacro Cuore
laura.montagnoli@unicatt.it

Indice

- Parte 1. Analisi verticale su tre competenze:
 - Calcolare
 - Rappresentare in ambito geometrico
 - Risolvere problemi
- Parte 2. Spunti didattici
- Intermezzo. I risultati migliori e peggiori rispetto al Campione Nazionale
- Parte 3. Confronti generali

Parte 1. Analisi verticale su tre competenze

- Motivazione della scelta: ci sono le maggiori discrepanze tra BS (= provincia di Brescia) e IT (=Campione Nazionale) relativamente ad **alcuni** quesiti considerati
- Quali competenze emergono?

- Calcolare →

Utilizzare (conoscere, comprendere)
il linguaggio e le procedure

- Rappresentare (ambito geometrico) ↗

- Risolvere problemi ↘

Risolvere problemi



Argomentare

Calcolare

- Come si esprime questa competenza a livello di traguardo in ogni grado?
 - 2: calcolo scritto e mentale con numeri naturali
 - 5: utilizzo di algoritmi e procedure (naturali)
 - 8: calcolo con razionali; stima del risultato
 - 10: calcolo numerico e simbolico con reali
- In quale dimensione rientra? Utilizzare il linguaggio e le **procedure**
- Nei gradi 2, 5, 8 questa competenza emerge negativamente,
- nel grado 10 emerge positivamente (nella provincia di BS rispetto al campione nazionale).

GRADO 2: 16/17 D18 **-1,5**; si muove con sicurezza nel calcolo scritto e mentale con i numeri naturali e sa valutare l'opportunità di ricorrere a una calcolatrice.

D18. Rita ha fatto questa sottrazione:

$$\begin{array}{r} 76 \quad - \\ 52 \quad = \\ \hline 24 \end{array}$$

Quale di queste addizioni le permette di verificare che il risultato è corretto?

- A. ☐ 24 + 76
- B. ☐ 52 + 76
- C. ☐ 24 + 52

	IT	BS
A	13,3%	12,0%
B	36,4%	40,5%
C	44,9%	43,4%
NV	0,2%	0,2%
M	0,5%	3,9%

GRADO 5: 14/15 D24 -3,8; conoscere e utilizzare algoritmi e procedure (in ambito aritmetico, geometrico...)

D24. La maestra chiede alla classe di calcolare a mente 137×4 .

Riccardo risponde: “lo ho moltiplicato cento per quattro, trenta per quattro e sette per quattro e poi ho sommato i risultati”.

Alessandro risponde: “lo invece ho moltiplicato sette per quattro, tre per quattro e uno per quattro e poi ho sommato i risultati”.

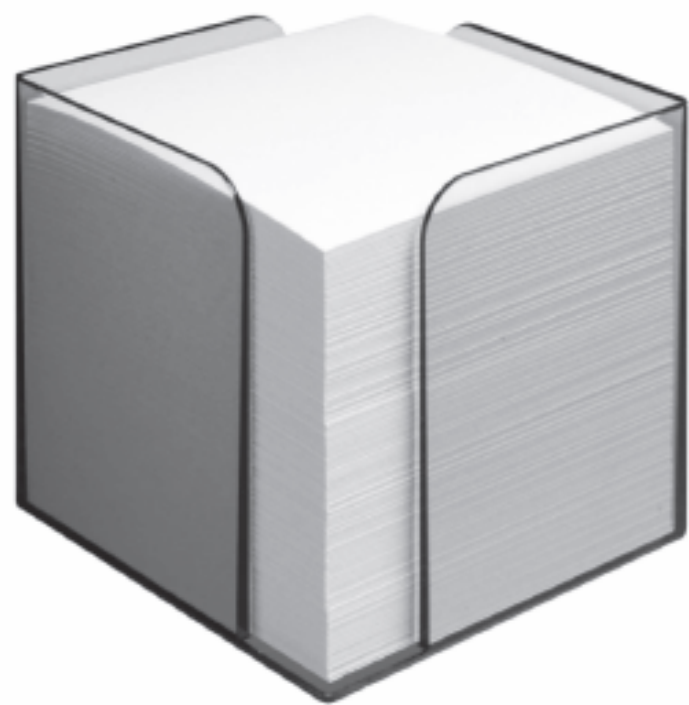
Chi ha seguito un procedimento corretto per fare la moltiplicazione?

- A. ☐ Solo Riccardo
- B. ☐ Solo Alessandro
- C. ☐ Nessuno dei due
- D. ☐ Tutti e due

	IT	BS
A	47,2%	43,4%
B	25,5%	28,3%
C	14,2%	14,2%
D	11,6%	13,1%
NV	0,1%	0,1%
M	1,4%	1,0%

GRADO 8: 16/17 D20 **-3,4**; si muove con sicurezza nel calcolo anche con i numeri razionali, ne padroneggia le diverse rappresentazioni e stima la grandezza di un numero e il risultato di operazioni.

D20. Nell'immagine è rappresentato un contenitore con 800 foglietti che formano una pila alta 10 cm.



Qual è all'incirca lo spessore di ciascun foglietto?

- A. ☐ 0,0125 cm
- B. ☐ 0,08 cm
- C. ☐ 0,125 cm
- D. ☐ 0,8 cm

	IT	BS
A	37,9%	34,5%
B	29,5%	32,6%
C	10,3%	10,8%
D	20,5%	21,0%
NV	0,1%	0,1%
M	1,6%	1,0%

GRADO 10: 16/17 D32 **+16,8**; si muove con sicurezza nel calcolo numerico e simbolico; applica correttamente le proprietà delle operazioni con i numeri reali; realizza ordinamenti, calcola ordini di grandezza ed effettua stime numeriche ed approssimazioni. Risolve equazioni e disequazioni.

D32. Calcola l'espressione $\frac{1 - \frac{1}{7}}{1 + \frac{1}{7}}$ e scrivi il risultato sotto forma di un'unica frazione.

Risposta:

	IT	BS
Corretta	46,6%	63,4%
Errata	30,5%	25,2%
NV	0,5%	0,3%
M	22,4%	11,1%

Rappresentare in ambito geometrico

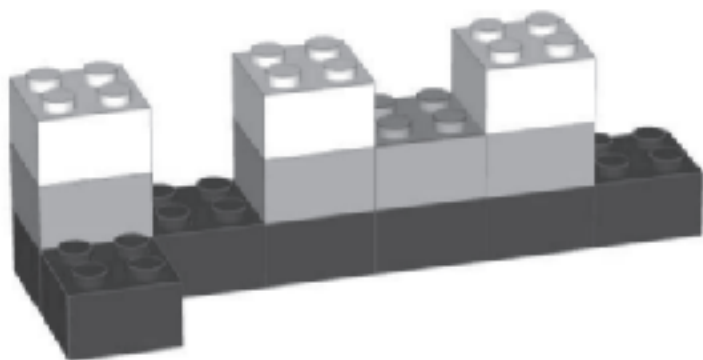
- Come si esprime questa competenza a livello di traguardo in ogni grado?
 - 2, 5: riconoscere e rappresentare forme del piano e dello spazio, relazioni e strutture
 - 8: riconosce e denomina forme del piano e dello spazio e le loro rappresentazioni e coglie relazioni
 - 10: come 8 + utilizza proprietà e teoremi per calcolo di misure
- In quale dimensione rientra? Utilizzare il **linguaggio** e le procedure
- Nella provincia di Brescia emerge positivamente in tutti i gradi, in relazione al Campione nazionale

GRADO 2: 16/17 D4_a +6,5; riconosce e rappresenta forme del piano e dello spazio, relazioni e strutture che si trovano in natura o che sono state create dall'uomo

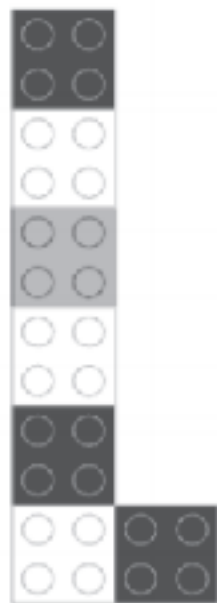
D4. Erik, per creare le sue costruzioni, utilizza questi tipi di mattoncini:



Ecco la costruzione che Erik ha fatto.



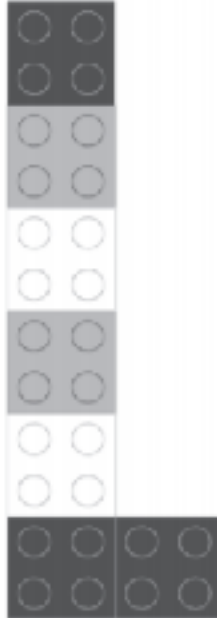
a. Come si vede la costruzione di Erik dall'alto?



☐ A



☐ B



☐ C

	IT	BS
A	58,2%	64,7%
B	16,1%	14,4%
C	21,6%	18,6%
NV	0,2%	0,1%
M	3,9%	2,2%

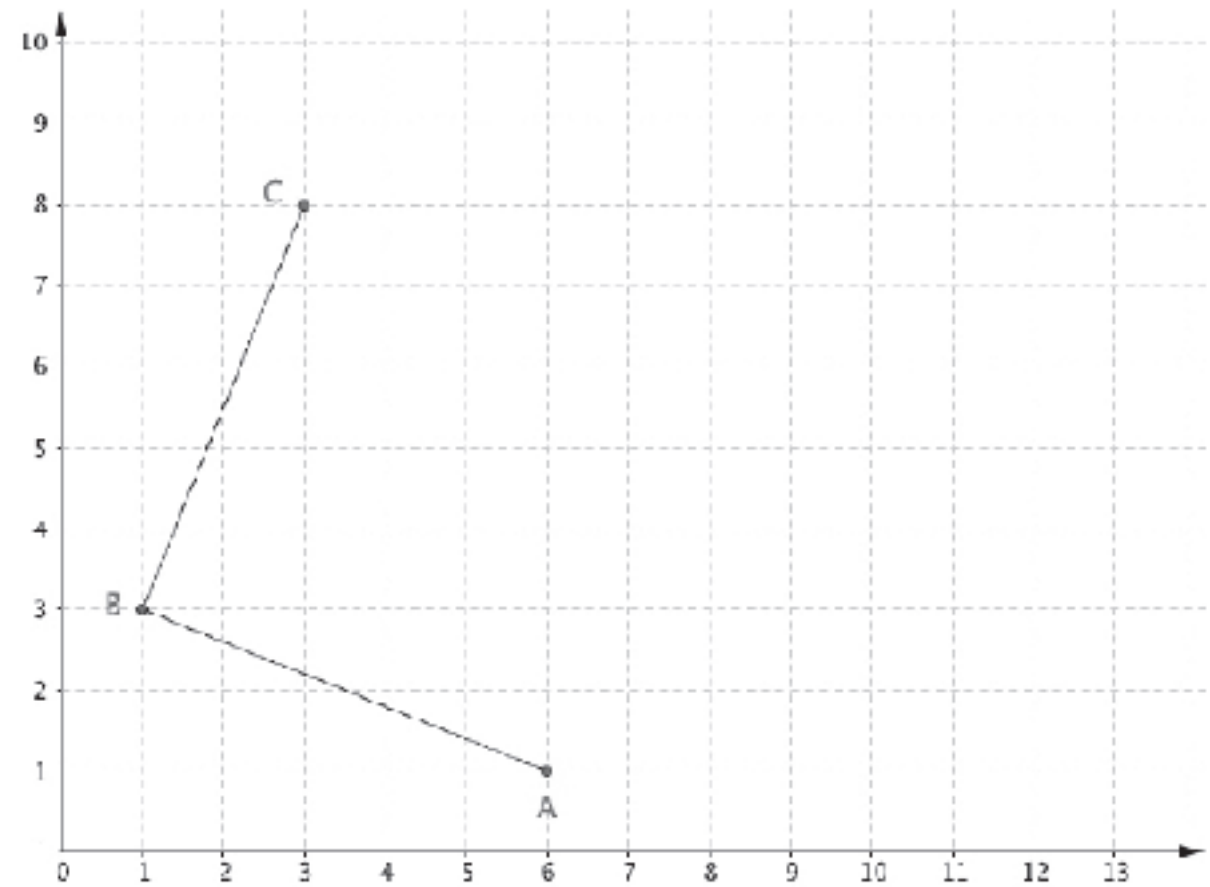
GRADO 5: 16/17 D25 +3,6; riconosce e rappresenta forme del piano e dello spazio, relazioni e strutture che si trovano in natura o che sono state create dall'uomo

D25. Sul seguente piano cartesiano sono stati disegnati due lati di un quadrato. I vertici che vedi hanno coordinate:

A (6; 1)

B (1; 3)

C (3; 8)



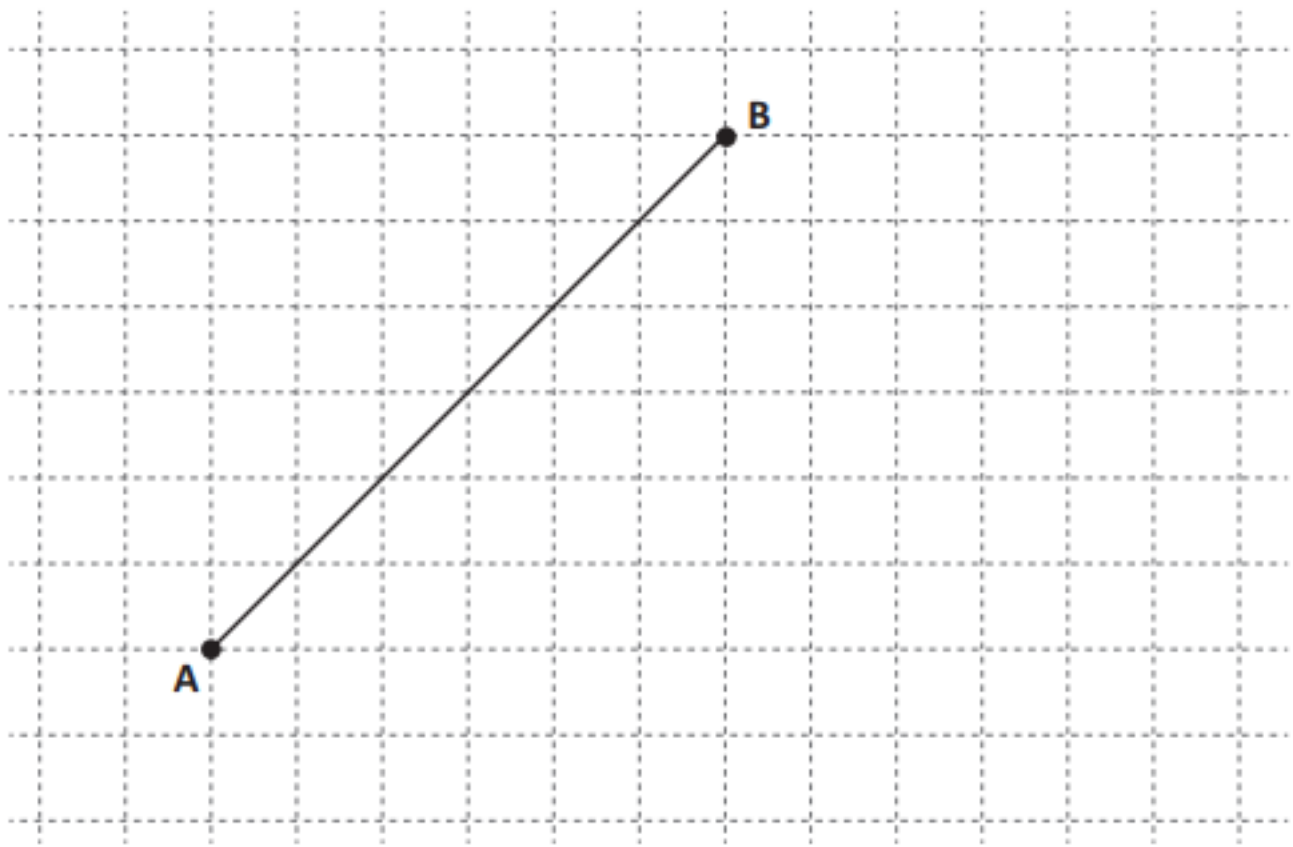
Per completare il quadrato ABCD è necessario individuare il punto D. Quali sono le coordinate del punto D?

- A. ☐ (6; 8)
- B. ☐ (8; 6)
- C. ☐ (8; 7)
- D. ☐ (9; 6)

	IT	BS
A	25,9%	25,8%
B	47,0%	50,6%
C	16,0%	14,0%
D	8,8%	8,0%
NV	0,2%	0,2%
M	2,1%	15%

GRADO 8: 16/17 D11 **+9,2**; riconosce e denomina le forme del piano e dello spazio, le loro rappresentazioni e ne coglie le relazioni tra gli elementi

D11. Edoardo vuole disegnare un rombo con le sue diagonali. Il segmento AB rappresenta la diagonale maggiore del rombo.



	IT	BS
Corretta	64,9%	74,1%
Errata	22,2%	19,8%
NV	0,3%	0,2%
M	12,6%	5,8%

Completa il disegno di Edoardo tracciando il rombo e la relativa diagonale minore.

GRADO 10: 16/17 D7; **+13,2**; riconosce e denomina le forme del piano e dello spazio, le loro rappresentazioni e ne coglie le relazioni tra gli elementi. Utilizza proprietà delle figure geometriche e teoremi per il calcolo di lunghezze, aree e volumi

D7. Sulla cartina geografica sono indicate alcune città del Portogallo. Tra di esse ci sono: Lisbona (in portoghese Lisboa), Coimbra (a circa 180 km in linea d'aria da Lisbona) e Beja (a circa 140 km in linea d'aria da Lisbona).



La distanza in linea d'aria tra Beja e Coimbra è

- A. ☐ circa 320 km
- B. ☐ circa 40 km
- C. ☐ sicuramente maggiore di 40 km e minore di 320 km
- D. ☐ sicuramente maggiore di 320 km e minore di 500 km

	IT	BS
A	28,0%	19,1%
B	4,3%	2,6%
C	57,0%	70,2%
D	10,0%	7,7%
NV	0,1%	0,1%
M	0,6%	0,4%



La distanza in linea d'aria tra Beja e Coimbra è

- A. ☐ circa 320 km
- B. ☐ circa 40 km
- C. ☐ sicuramente maggiore di 40 km e minore di 320 km
- D. ☐ sicuramente maggiore di 320 km e minore di 500 km

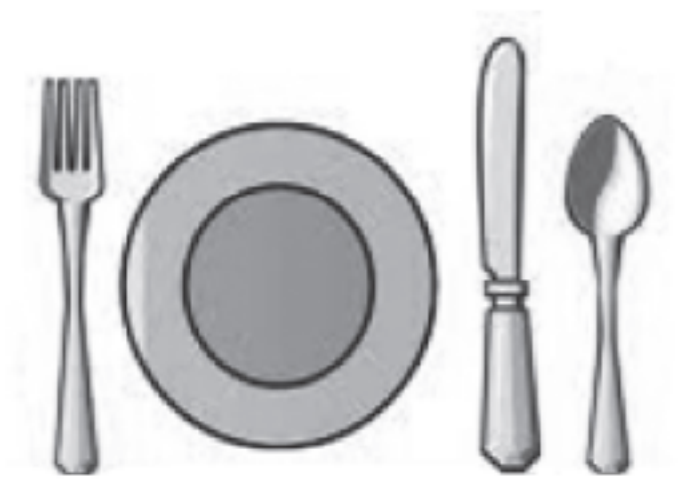
Risolvere problemi

- Come si esprime questa competenza a livello di traguardo in ogni grado?
 - 2: risolvere problemi utilizzando strategie
 - 5: risolvere facili problemi in tutti gli ambiti di contenuto; descrive il procedimento seguito; riconosce diverse strategie
 - 8: riconosce e risolve problemi in ambiti diversi, valutando le informazioni e la loro coerenza // sostiene le proprie convinzioni, motivandole
 - 10: come 8 + valuta la coerenza e la plausibilità del procedimento e dei risultati
- In quale dimensione rientra? Risolvere problemi / argomentare
- Nei diversi gradi ci sono trend differenti. In alcuni casi la provincia di Brescia ha risultati peggiori rispetto al Campione nazionale (specialmente sul Numero), in altri migliori (specialmente in Relazioni e Funzioni per il grado 5 e 8 e in Spazio e Figure per il grado 10).

GRADO 2: 14/15 D10_b -1,0 NUMERO; risolvere problemi utilizzando strategie in ambiti diversi – numerico, geometrico, algebrico

D10. Pietro deve apparecchiare la tavola.

Per ogni piatto servono 3 posate.



	IT	BS
Corretta	48,7%	47,7%
Errata	45,5%	46,2%
NV	0,5%	0,7%
M	5,3%	5,4%

Completa.

- a. Per 3 piatti servono posate
- b. Per piatti servono 15 posate

GRADO 5: 16/17 D13_b +4,9 RELAZIONI E FUNZIONI; riesce a risolvere facili problemi in tutti gli ambiti di contenuto, mantenendo il controllo sia sul processo risolutivo sia sui risultati. Descrive il procedimento seguito e riconosce strategie di soluzione diverse dalla propria

D13. Le immagini mostrano la pubblicità di due centri sportivi che noleggianno sci e scarponi.

Noleggio sci e scarponi "Skipass"

12 euro per il 1° giorno

6 euro per ogni giorno successivo

Noleggio sci e scarponi "Campo Felice"

15 euro per il 1° giorno

5 euro per ogni giorno successivo

a. Usa le informazioni contenute nelle immagini per completare le tabelle.

Noleggio "Skipass" sci e scarponi	
Numero giorni di noleggio	Costo (euro)
1 giorno	12
2 giorni	18
3 giorni	

Noleggio "Campo Felice" sci e scarponi	
Numero giorni di noleggio	Costo (euro)
1 giorno	15
2 giorni	
3 giorni	

b. Per quale numero di giorni il costo del noleggio è uguale in tutti e due i centri sportivi?

Risposta: giorni

	IT	BS
Corretta	34,3%	39,2%
Errata	55,7%	53,3%
NV	0,3%	0,3%
M	9,7%	7,3%

GRADO 8: 15/16 D5_b -3,9 NUMERO; riconosce e risolve problemi in contesti diversi valutando le informazioni e la loro coerenza.

D5. In un negozio di elettrodomestici è possibile acquistare quattro tipi di *Music-Card* che permettono di scaricare musica da internet.

	Prezzo
<i>Music-Card</i> da 60 canzoni	3 euro
<i>Music-Card</i> da 100 canzoni	5 euro
<i>Music-Card</i> da 250 canzoni	10 euro
<i>Music-Card</i> da 600 canzoni	20 euro

a. Se si acquista la *Music-Card* da 3 euro qual è il costo di ogni singola canzone?

Risposta:

b. Se si acquista la *Music-Card* da 10 euro invece di quella da 5 euro, qual è la differenza di costo per ogni singola canzone?

- A. ☐ 0,01 euro
- B. ☐ 0,10 euro
- C. ☐ 0,50 euro
- D. ☐ 0,05 euro

	IT	BS
A	34,9%	31,0%
B	14,5%	16,1%
C	16,6%	17,1%
D	29,6%	32,6%
NV	0,3%	0,1%
M	4,1%	3,0%

GRADO 8: 15/16 D23_a **+7,0** RELAZIONI E FUNZIONI; sostiene le proprie convinzioni, portando esempi e controesempi adeguati e utilizzando concatenazioni di affermazioni; accetta di cambiare opinione riconoscendo le conseguenze logiche di una argomentazione corretta (RF)

D23. Per calcolare il voto V di laurea in alcune facoltà viene applicata la seguente formula:

$$V = \frac{M}{3} \cdot 11 + T$$

dove:

- M rappresenta la media dei voti (variabile da un minimo di 18 a un massimo di 30);
- T è il punteggio attribuito alla tesi di laurea (variabile da un minimo di 5 a un massimo di 11 punti).

a. La media M dei voti di Irene è 24. Il suo voto V di laurea può essere 90?

Scegli la risposta e completa la frase.

☐ Sì, perché

.....

.....

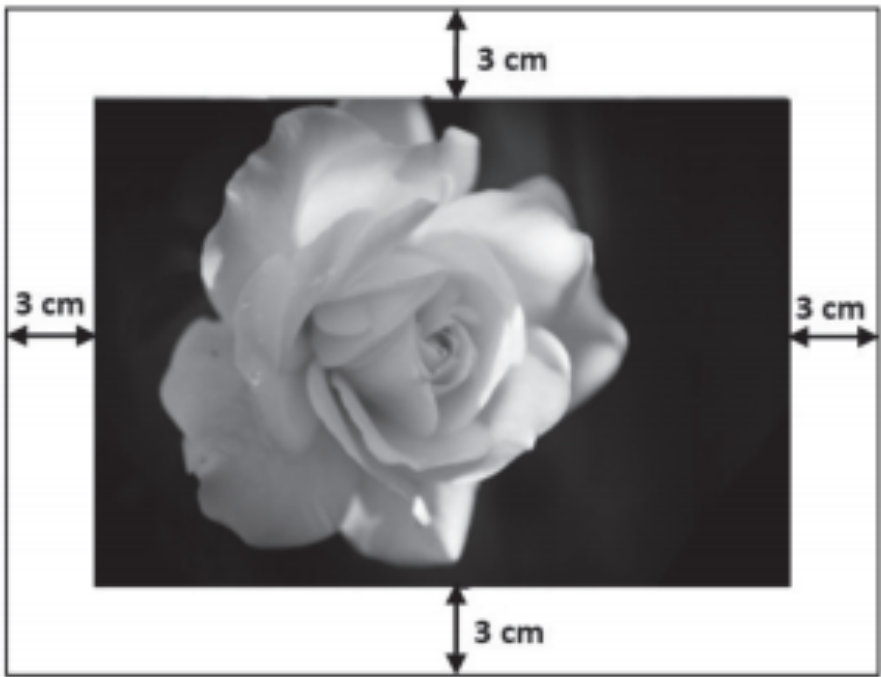
☐ No, perché

.....

	IT	BS
Corretta	35,7%	42,7%
Errata	39,4%	42,2%
NV	1,6%	1,3%
M	23,4%	13,8%

GRADO 10: 16/17 D5 +14,2 SPAZIO E FIGURE; riconosce e risolve problemi in contesti diversi valutando le informazioni possedute, le loro relazioni con ciò che si vuole determinare e la coerenza e la plausibilità del procedimento risolutivo e dei risultati trovati (SF)

D5. Franco incolla una fotografia rettangolare di dimensioni 22 cm x 15 cm su un cartoncino. Attorno alla fotografia resta una cornice larga 3 cm, come vedi in figura.



Qual è l'area del cartoncino?

- A. ☐ 588 cm²
- B. ☐ 525 cm²
- C. ☐ 504 cm²
- D. ☐ 450 cm²

	IT	BS
A	46,4%	60,6%
B	8,0%	4,7%
C	6,7%	4,7%
D	35,7%	28,3%
M	0,2%	0,0%
NV	3,1%	1,6%

Parte 2. Spunti didattici

Significato delle operazioni

- Scuola primaria
- Nel rispetto delle IINN, non aver paura di sfoltire i contenuti a favore di un approfondimento degli aspetti irrinunciabili della matematica (linguaggio e significati, risoluzione dei problemi)
- Porre problemi, sollecitare gli alunni e successivamente discutere e “sistemare”

- Esempio. Propongo un gioco, che richieda di fatto di ragionare sulla divisione pur non conoscendola
- Lascio il tempo per giocare
- Pongo le “giuste domande”
- Esempio: Indovina quanti sono!
- Livelli: primaria -> svolgimento effettivo del gioco,
secondaria -> $x = 2n + r$

Problem solving

- Tutti gli ordini di scuola: porre problemi “veri”
- Primaria: lavorare a step su vari aspetti
- Secondarie: valutare anche problemi con pluralità di soluzioni, non esistenza di soluzioni, necessità di collegare diversi campi di conoscenza e con varie chiavi interpretative
- Tutti: utilizzare il problem solving come modalità standard per affrontare contenuti matematici

- Esempio. Dividere (gruppi)
- Immaginate di avere un pezzo di spago di misura ignota. Dovete dividerlo in 20 parti uguali. Avete riga e squadra ma non sono graduate.
- Come potete fare? Provate a trovare una soluzione e a scriverla, utilizzando parole e rappresentazioni.
- Livelli: primaria -> svolgimento effettivo per poi misurare e riportare operazioni dirette e inverse; secondaria -> costruzione con riga e compasso della divisione del segmento in n parti uguali

**Intermezzo. I risultati migliori
e peggiori rispetto al
Campione Nazionale**

Per ogni grado, il quesito che è andato in assoluto **peggio** in questi anni rispetto al campione nazionale?



	BS-IT
GRADO 2: 16/17 D10	-2,9
GRADO 5: 14/15 D24	-3,8
GRADO 8: 16/17 D10	-6,7
GRADO 10: 14/15 D29	0,5

D10. Quale numero ha la cifra 8 nella posizione delle decine?

- A. ☐ 805
 B. ☐ 580
 C. ☐ 508

D24. La maestra chiede alla classe di calcolare a mente 137×4 .

Riccardo risponde: "lo ho moltiplicato cento per quattro, trenta per quattro e sette per quattro e poi ho sommato i risultati".

Alessandro risponde: "lo invece ho moltiplicato sette per quattro, tre per quattro e uno per quattro e poi ho sommato i risultati".

Chi ha seguito un procedimento corretto per fare la moltiplicazione?

- A. ☐ Solo Riccardo
 B. ☐ Solo Alessandro
 C. ☐ Nessuno dei due
 D. ☐ Tutti e due

D10. In 3 millilitri d'acqua ci sono circa 10^{23} molecole.

Quante molecole ci sono all'incirca in 3 litri d'acqua? (Ricorda che 1 litro equivale a 1000 millilitri).

Scrivi il risultato come potenza del 10 inserendo l'esponente nel quadratino.

Risposta: 10 molecole

D29. Solo una delle seguenti affermazioni è vera. Quale?

- A. ☐ Ogni triangolo ha un centro di simmetria
 B. ☐ Tutti i triangoli equilateri hanno un centro di simmetria
 C. ☐ Ogni triangolo ha almeno un asse di simmetria
 D. ☐ Alcuni triangoli hanno un asse di simmetria

Per ogni grado, il quesito che è andato in assoluto **meglio** in questi anni rispetto al campione nazionale?



	BS-IT
GRADO 2: 16/17 D9	9,0
GRADO 5: 16/17 D29	7,1
GRADO 8: 16/17 D11	9,2
GRADO 10: 16/17 D32	16,8

D9.

2

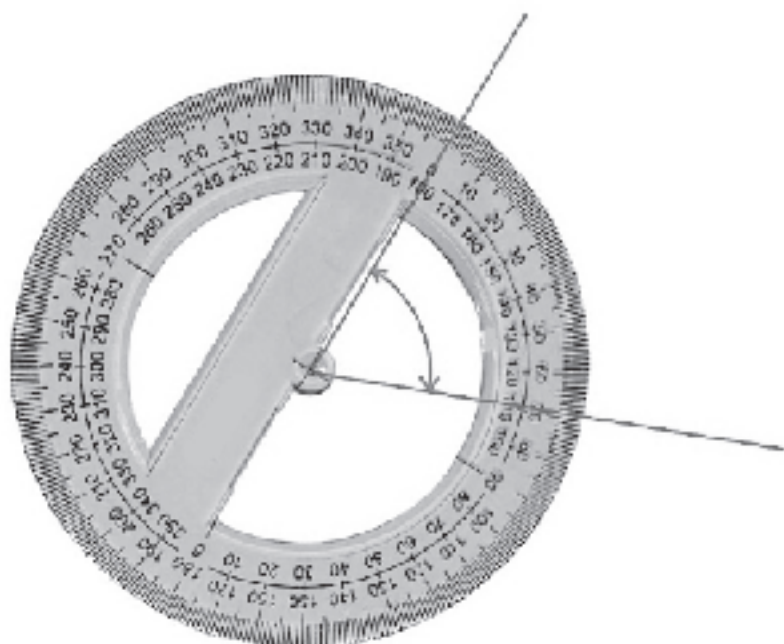


Che ora segna l'orologio?

- A. ☐ 8:20
B. ☐ 4:40
C. ☐ 3:40

D29. Per misurare l'angolo che vedi in figura, Francesco posiziona il goniometro in questo modo:

5

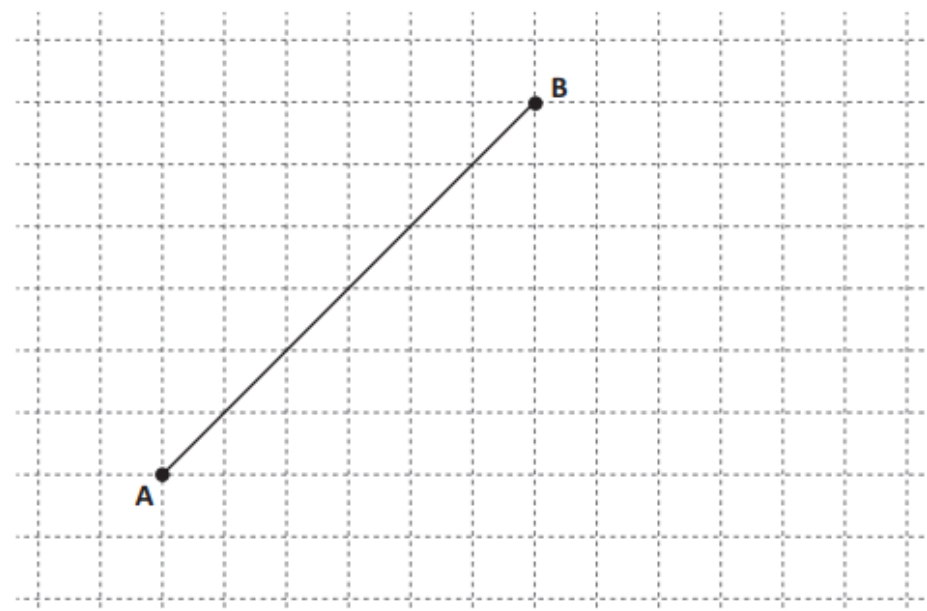


Quanto misura l'angolo segnato in figura?

Risposta: gradi

D11. Edoardo vuole disegnare un rombo con le sue diagonali. Il segmento AB rappresenta la diagonale maggiore del rombo.

8



Completa il disegno di Edoardo tracciando il rombo e la relativa diagonale minore.

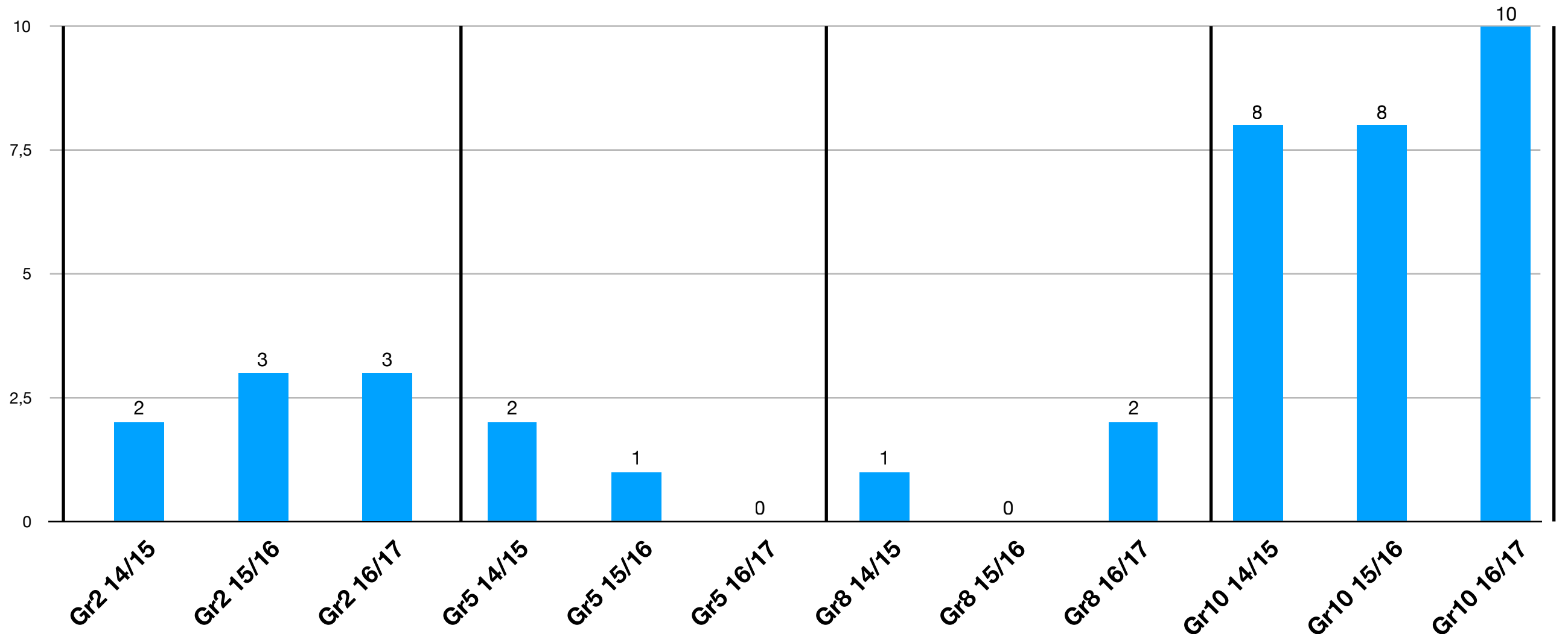
D32. Calcola l'espressione $\frac{1 - \frac{1}{7}}{1 + \frac{1}{7}}$ e scrivi il risultato sotto forma di un'unica frazione.

Risposta:

10

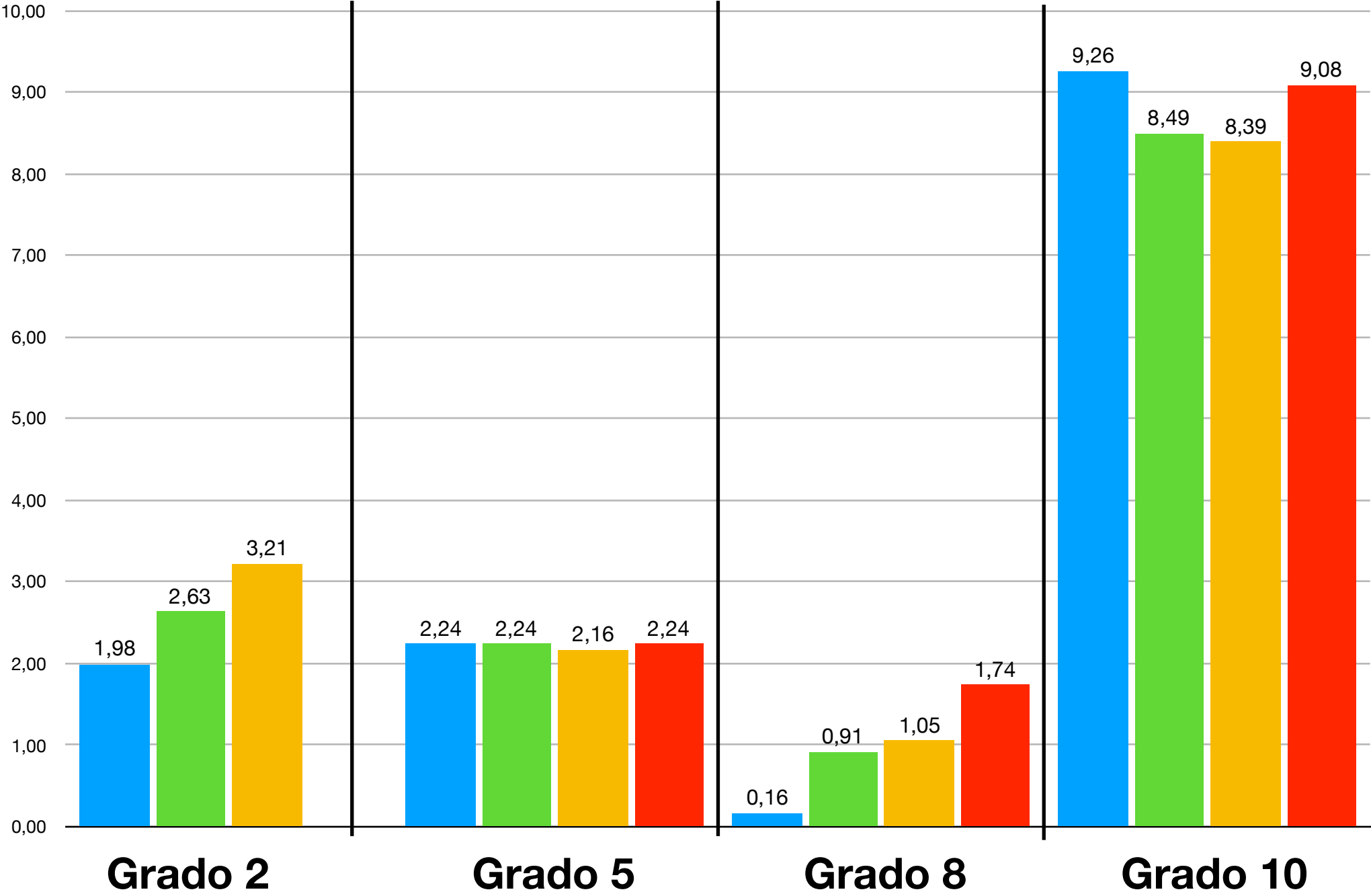
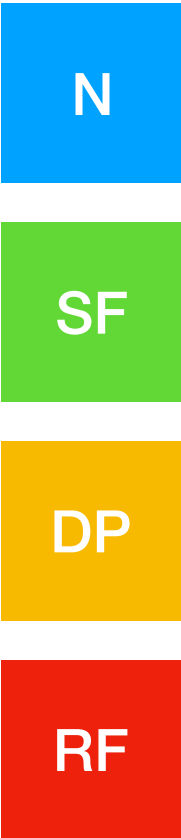
Parte 3. Confronti generali

Differenze punti percentuale: BS su IT



	Grado 2			Grado 5			Grado 8			Grado 10		
	Gr2 14/15	Gr2 15/16	Gr2 16/17	Gr5 14/15	Gr5 15/16	Gr5 16/17	Gr8 14/15	Gr8 15/16	Gr8 16/17	Gr10 14/15	Gr10 15/16	Gr10 16/17
IT	54	51	52	55	53	54	59	52	54	43	42	48
BS	56	54	55	57	54	54	60	52	56	51	50	58
BS - IT	2	3	3	2	1	0	1	0	2	8	8	10

Differenze punti percentuale BS su IT per ambito



- Gradi 2, 5, 8: non c'è un vero e proprio trend per cui tutti i quesiti di un ambito ottengono per BS valutazioni più alte o più basse rispetto a IT, c'è una variabilità di quesito in quesito
- Grado 10: tutti i quesiti in tutti gli anni indagati hanno esito migliore in BS rispetto a IT
- Mediamente, anche nei gradi 2, 5, 8 la situazione in BS è migliore o uguale rispetto a IT

Un focus sulle competenze matematiche

**Analisi di alcune competenze testate nelle prove
2014/2015, 2015/2016, 2016/2017**

**Brescia, Rapporto provinciale INVALSI
19 febbraio 2019**

Laura Montagnoli, Università Cattolica del Sacro Cuore
laura.montagnoli@unicatt.it